

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий
Кафедра прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий

Кочевский А. А.

19 » _____ 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Прикладные аспекты теории вычетов»

01.04.02 Прикладная математика и информатика

«Математическое моделирование сложных систем»

Разработчик:

доцент _____ Щелоков В. С.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _____ Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Прикладные аспекты теории вычетов»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-1	способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	Тема 1. Топология комплексных чисел. Тема 2 Понятие функции комплексного переменного Тема 3. Понятие аналитической функции Тема 4. Элементарные функции комплексного переменного Тема 5. Интегрирование функций комплексного переменного Тема 6. Ряды аналитических функций. Степенные ряды. Тема 7. Ряды аналитических функций. Ряды Лорана Тема 8. Элементы теории вычетов	основной (3)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1	знать: основные теоремы курса. уметь: производить конформные отображения с помощью	Тема 1. Топология комплексных чисел.	индивидуальные задания, промежуточная аттестация (зачет)

	<p>линейной и дробно-линейной функций, степенной и радикала, экспоненты и логарифма, а также тригонометрических функций; представлять элементарные функции комплексного переменного рядами Тейлора, находить их области сходимости; вычислять производные и интегралы функций комплексной переменной.</p> <p>владеть навыками: восстанавливать аналитическую функцию по её действительной или мнимой части.</p>	<p>Тема 2 Понятие функции комплексного переменного</p> <p>Тема 3. Понятие аналитической функции</p> <p>Тема 4. Элементарные функции комплексного переменного</p> <p>Тема 5. Интегрирование функций комплексного переменного</p> <p>Тема 6. Ряды аналитических функций. Степенные ряды.</p> <p>Тема 7. Ряды аналитических функций. Ряды Лорана</p> <p>Тема 8. Элементы теории вычетов</p>	
--	---	--	--

Фонды оценочных средств по дисциплине «Прикладные аспекты теории вычетов»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

1. Сформулировать основную теорему о вычетах.
2. Чему равен вычет функции в бесконечно удаленной точке, если известны вычеты этой функции во всех ее конечных особых точках?
3. Какие существуют способы вычисления вычета функции в простом полюсе и в полюсе порядка m ?
4. Как вычисляется $\int_0^{2\pi} R(\sin x, \cos x) dx$ с помощью теоремы о вычетах?
5. Что называется несобственным интегралом от вещественной функции вещественного аргумента и каких типов бывают несобственные интегралы?
6. Как вычисляется $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$ (где $R(x)$ – рациональная дробь) с помощью теоремы о вычетах?
7. Сформулировать лемму, которая используется при обосновании способа

вычисления $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx$ с помощью теоремы о вычетах.

8. Что называется главным значением несобственного интеграла с бесконечными пределами?

9. Сформулировать лемму Жордана.

10. Как с помощью теоремы о вычетах вычисляются интегралы:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)e^{imx} dx; \int_0^{+\infty} F(x) \cos mx dx; \int_0^{+\infty} F(x) \sin mx dx. \text{ и какие условия налагаются при}$$

этом на $F(x)$ и m ?

11. Сформулируйте теорему Коши о числе нулей регулярной функции в некоторой области.

12. В чем состоит принцип аргумента?

13. Сформулировать теорему Руше.

14. Найти вычеты функции во всех ее конечных особых точках:

а) $\frac{z^3}{z^8+1}$; б) $\frac{1}{z^4-z^2+1}$; в) $\frac{1}{z^6(z^2+1)^2}$; г) $\frac{z}{(z+1)^n}$,

n – натуральное.

Найти вычеты функции в точке $z = \infty$:

а) $\frac{z^5+1}{(z^3+1)^2}$; б) $\frac{(z^2+1)\sin z}{z}$; в) $e^z \ln \frac{z-1}{z+1}$.

15. Найти вычет в точке $z = -1$ той ветви функции $f(z) = \frac{\sqrt{z(1-z)}}{1+z}$, которая имеет положительное значение на верхнем берегу разреза $(0,1)$.

16. Найти вычет в точке $z = 1$ той ветви функции $f(z) = \frac{\sqrt[3]{z(z+1)^2}}{1-z}$, которая имеет положительное значение на нижнем берегу разреза $(1,0)$.

17. Вычислить $\int_{\Gamma} f(z)dz$, где контур Γ – окружность $|z| = 2$ и направление интегрирования против часовой стрелки:

а) $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{3+2\sin x}$; б) $\int_0^{\pi} \cos 2\pi x dx$; в) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2x}{5-4\cos x} dx$;

г) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^3 3x}{5+3\cos 2x} dx$; д) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4-2x^2+2}$; е) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^4}$;

ж) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^6 dx}{1+x^{10}}$; з) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin 3x dx}{x^2-2x+2}$; и) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2\pi x dx}{x^2+2x+2}$;

к) $\int_0^{+\infty} \frac{\cos^2 x}{1+x^4} dx$; л) $\int_0^{+\infty} \frac{x^3 \sin x}{(1+x^2)^2} dx$;

м) $\int_0^{-\infty} \frac{\cos 2x - \cos x}{x^2} dx$; н) $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x dx}{(x^2+1)^2}$;

о) $\int_2^3 \frac{\sqrt{5x-6-x^2}}{x} dx$; п) $\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x(1-x)^2}}{1+x} dx$.

18. Определить число корней многочлена, расположенных в круге $|z| < 1$:

а) $5z^6 + 2z - 1 = 0$; б) $z^{10} - 6z^6 + 3z - 1 = 0$.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Типовые варианты контрольных работ

Вариант 1.

1. Вычислить

$$e^{2+3i}$$

2. Найти множество решений.

$$\operatorname{Re}(z^2 + i) < \operatorname{Im}(z^2 - i)$$

3. Найти аналитическую функцию $\omega = u(x, y) + iv(x, y)$ по известной действительной или мнимой части.

$$v(x, y) = 2xy + 2x$$

4. Найти особые точки функции.

$$\frac{1}{e^z - 1} - \frac{1}{z}$$

5. Разложить в ряд Лорана.

$$\frac{1}{(z-i)(z-1)}, |z| > 1$$

6. Найти функцию, отображающую область D на верхнюю полуплоскость

$$D = \left\{ z : -\frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{2} \right\}$$

7. Вычислить интеграл.

$$\int_{|z|=4} \frac{z^2}{z-2i} dz$$

8. Используя теорему Руше, найти число корней в круге $|z| < 1$.

$$z^3 - 4z - 1 = 0$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет)

Зачёт выставляется при условии выполнения студентом всех мероприятий текущего контроля с положительным результатом.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Прикладные аспекты теории вычетов» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета компьютерных
систем и информационных
технологий



Ветрова Н. Н.